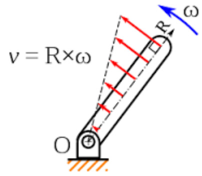




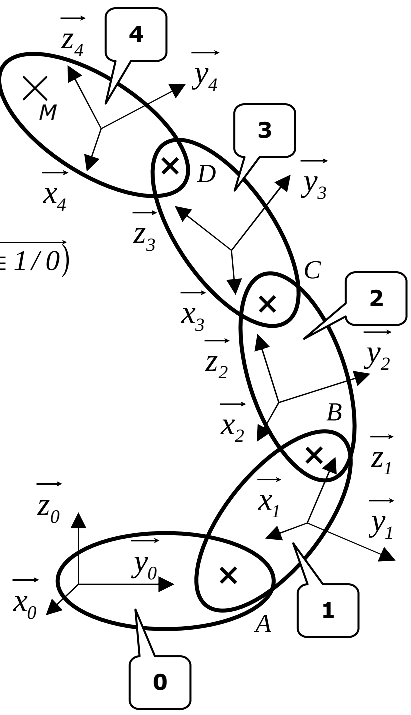

# CINEMATIQUE DU SOLIDE

## *Lois de compositions – Point coïncident*

8

## 1 – LOIS DE COMPOSITION

Considérons la chaîne cinématique ci-contre avec des liaisons mécaniques $L_{A0/1}$, $L_{B1/2}$, $L_{C2/3}$ et $L_{D3/4}$ entre les solides (0), (1), (3) et (4).
Soit $\Re_0$, $\Re_1$, $\Re_2$, $\Re_3$ et $\Re_4$ les repères <u>attachés</u> aux solides.
Soit $M$ un point appartenant au solide (4).




- **Loi de composition de <u>positions</u>** : $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DM}$
- **Loi de composition de <u>vitesses linéaires</u>** : $\overrightarrow{V(M \in 4/0)} = \overrightarrow{V(M \in 4/3)} + ... + \overrightarrow{V(M \in 1/0)}$
- **Loi de composition de <u>vitesses angulaires</u>** : $\overrightarrow{\Omega(4/0)} = \overrightarrow{\Omega(4/3)} + ... + \overrightarrow{\Omega(1/0)}$
- **Loi de composition des <u>accélérations</u>** : *non abordé*

## 2 – POINT COÏNCIDENT

- **Concept** : le point $M$ appartenant au solide (4) dispose a priori d'une vitesse par rapport au $\Re_0$ attaché au solide (0), $\overrightarrow{V(M \in 4/0)}$ qu'on cherche à définir.

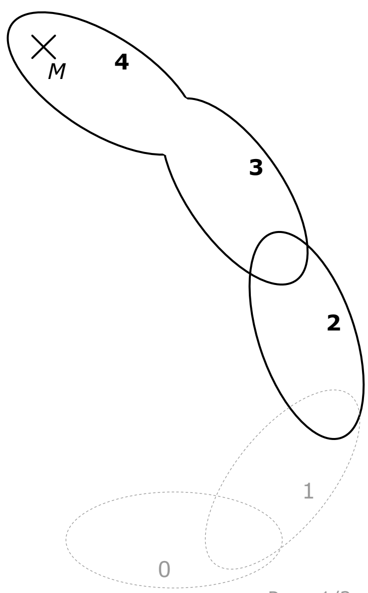
**Soucis :** (4) n'est pas en liaison avec (0) ; en l'état, il n'est pas possible d'exprimer directement $\overrightarrow{V(M \in 4/0)}$.
**Solution :** Passer par la chaîne cinématique via la **composition de vitesses** :

$$\overrightarrow{V(M \in 4/0)} = \overrightarrow{V(M \in 4/3)} + \overrightarrow{V(M \in 3/2)} + \overrightarrow{V(M \in 2/1)} + \overrightarrow{V(M \in 1/0)}$$

Dans cette formule, on voit que le point *M* est considéré comme appartenant successivement au solide (4), puis au solide (3), etc… C'est ce qu'on appelle un ***<u>point coïncident</u>*** :

***A une date donnée, on peut considérer que le point M appartient à (4), à (3), à (2), etc… même si, physiquement, il semble « attaché » à (4).***

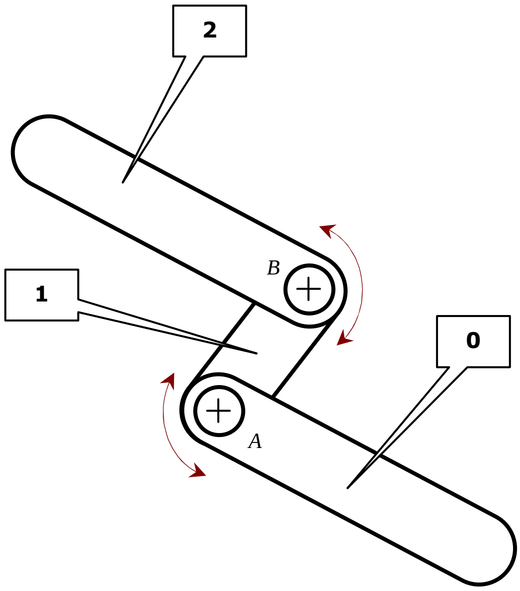
- **Technique** : Cette notion de point coïncident est utile pour déterminer par exemple la vitesse $\overrightarrow{V(M \in 3/2)}$ ; pour y parvenir, il faut tenir le raisonnement suivant :




  ⇨ On « fusionne » les solides (3) et (4) en bloquant leurs mouvements relatifs ; ainsi, (3) et (4) forment <u>une seule et même classe d'équivalence, sans mouvement relatif</u> et le point $M$, bien qu'appartenant à (4), appartiendra également à (3).

  ⇨ Ensuite, on s'appuie sur la connaissance du mouvement du solide (3) par rapport au solide (2) (une rotation par exemple si il y a une liaison pivot entre (3) et (2)) pour trouver tout ou partie de la vitesse $\overrightarrow{V(M \in 3/2)}$.

*D'un point de vue pratique, tout cela peut être fait complètement par le calcul mais, en ce qui nous concerne, nous nous limiterons volontairement à des <u>approches graphiques</u>.*




**Conséquence pour les centres des liaisons** : prenons le cas d'une liaison pivot entre les solides (1) et (2). Comme le point *B* est le centre de la liaison, il appartient tout le temps à la fois au solide (1) et au solide (2), qu'elle que soit la position relative de ces solides :

$$\forall t \; B \in 2 = B \in 1 = B \,.$$

Ainsi, l'unicité du point *B*, centre de liaison, permet d'écrire que :

$$\overrightarrow{V(B \in 2/1)} = \vec{0}$$

Par <u>composition des vitesses</u> en *B*, on a alors :

$$\left.\begin{aligned} \overrightarrow{V(B\in 2/0)} &= \overrightarrow{V(B\in 2/1)} + \overrightarrow{V(B\in 1/0)} \\ &= \vec{0} + \overrightarrow{V(B\in 1/0)} \\ \overrightarrow{V(B\in 2/0)} &= \overrightarrow{V(B\in 1/0)} \end{aligned}\right\}$$

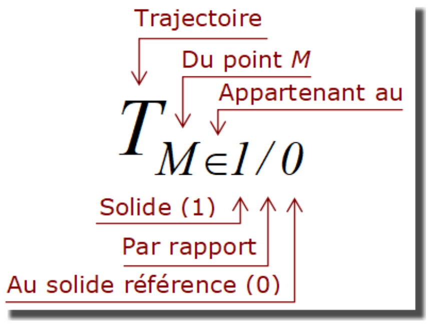
*Très pratique dans les problèmes pour <u>justifier</u> certaines écritures…*

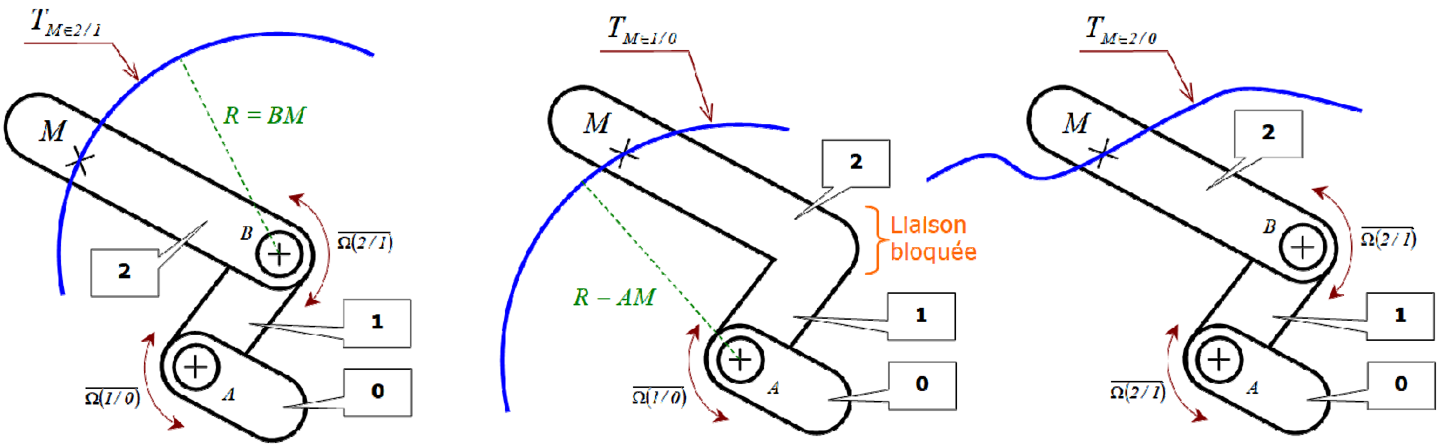
On constate donc que, pour le <u>centre de la liaison</u>, les vitesses sont égales.

Et puisque le point *A* est le centre de la liaison pivot entre (1) et (0), on peut écrire :

$$\overrightarrow{V(A \in 1/0)} = \vec{0}$$

**Conséquence pour les trajectoires** : en mécanique du solide, un point appartient à un solide ou à un autre (via la coïncidence) ; ce faisant, **décrire la trajectoire d'un point implique qu'on précise le solide d'appartenance** :




$T_{M\in 2/1}$ = *cercle de centre B, rayon BM*

$T_{M\in 1/0}$ = *cercle de centre A, rayon AM*

$$T_{M\in 2/0} = \underbrace{T_{M\in 2/1} + T_{M\in 1/0}}_{\text{Composition de mouvement}}$$

**Utilité** : voir exercices et applications.